エントリーナンバー		名　　前	

平成２６年度未来の科学者発掘事業
算数・数学コンクール中学生用　　解答用紙

Ⅰ

ここには，記入しないこと

1

(1)	１	
(2)	$\frac{9}{10}$	
(3)	３７	
(4)	$-12x+7$	
(5)	$\frac{x+8}{12}$	

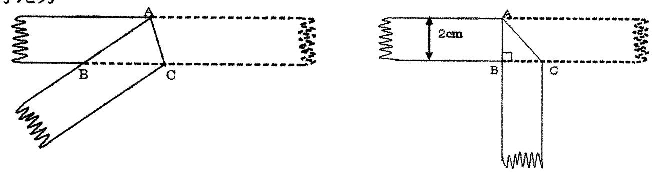
2

(1)	$a=$ 　-6	
(2)	２０　人	
(3)	$y=$ 　$\frac{10}{3}$	
(4)	$50\pi-100$　cm²	
(5)	７２　cm³	

Ⅱ

3

考え方



辺ＢＣを底辺とすると，三角形ＡＢＣの高さは紙テープの幅と同じなので，面積が最も小さくなるのは，ＢＣの長さが最も短い場合である。

また，２点Ｂ，Ｃは折り返した紙テープの向かい合う辺上にそれぞれあるため，辺ＢＣの長さが最も短くなるのは，ＢＣの長さがテープの幅と等しくなる場合である。

つまり，三角形ＡＢＣが直角二等辺三角形のとき，面積が最も小さくなる。

このとき，三角形ＡＢＣの面積は

$2\times2\div2=2$（cm²）

答え　２　cm²

4

(1)	６７．５　度	
(2)	（　１２　）分　（　４４　）秒	

（解答用紙は裏に続きます。）

5

(1)	９９	
(2)	１，２，３，６	

III

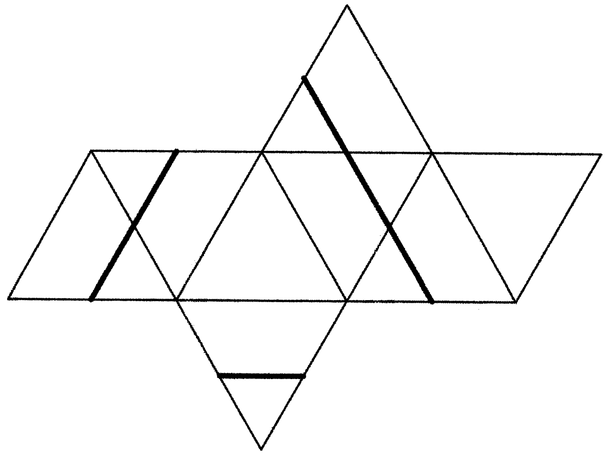
6

(1)	６	２	通り
	１２	３	通り
(2)		２０	通り

7

(1)	I，C，L（他にI，C，O や F，C，L や F，C，O）	
(2)	$\frac{7}{8}$	倍

8

(1)		
(2)	９	cm²
(3)	２．５　（$\frac{5}{2}$）	倍

算数・数学コンクール　中学生用解答と解説

以下に，おもな解答例と解説を示します。

I

1

（1）$9-3\div\frac{1}{3}+1=9-3\times3+1$

$=9-9+1$

$=1$

（2）$\frac{2}{5}+2-\frac{3}{2}=\frac{4+20-15}{10}=\frac{9}{10}$

（3）$(-2)^3+(-3^2)\times(-5)=(-8)+(-9)\times(-5)$

$=(-8)+45$

$=37$

（4）$(60x-35)\div(-5)=60x\div(-5)-35\div(-5)$

$=-12x+7$

（5）$\frac{3x-4}{4}-\frac{2x-5}{3}=\frac{3(3x-4)}{12}-\frac{4(2x-5)}{12}$

$=\frac{9x-12}{12}-\frac{8x-20}{12}$

$=\frac{x+8}{12}$

2

（1）$x=-2$のとき，

$2a\times(-2)-6+7a=9\times(-2)+a$

$-4a-6+7a=-18+a$

$2a=-12$

よって，$a=-6$

（2）男子の人数をx人とすると，

女子の人数は（$36-x$）人である。

クラスの合計得点は　$75\times36=2700$（点）

男子の合計得点は　$79\times x=79x$（点）

女子の合計得点は　$70(36-x)$（点）

よって，

$79x+70(36-x)=2700$

$9x=180$

$x=20$

したがって，男子の人数は２０人

（3）比例定数をaとすると，$y=ax$とおける。

$x=3$のとき$y=2$なので

$3a=2$

$a=\frac{2}{3}$

$y=\frac{2}{3}x$　に$x=5$を代入して，$y=\frac{10}{3}$

（4）　あの面積－いの面積

＝（あの面積＋うの面積）－（いの面積＋うの面積）

である。

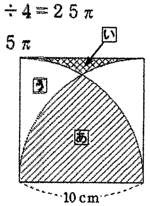
あの面積＋うの面積＝$\pi\times10\times10\div4=25\pi$

いの面積＋うの面積＝$10\times10-25\pi$

したがって，

$25\pi-(100-25\pi)$

$=50\pi-100$（cm^2）

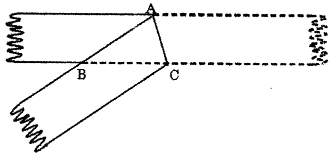


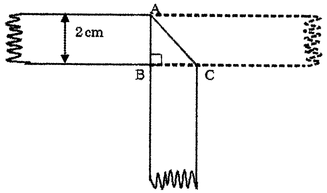
（5）三角形ＣＥＦを底面とすると，三角すいの体積は

$(6\times6\div2)\times12\div3=72$（$cm^3$）

II

3





辺ＢＣを底辺とすると，三角形ＡＢＣの高さは紙テープの幅と同じなので，面積が最も小さくなるのは，ＢＣの長さが最も短い場合である。

また，２点Ｂ，Ｃは折り返した紙テープの向かい合う辺上にそれぞれあるため，辺ＢＣの長さが最も短くなるのは，ＢＣの長さがテープの幅と等しくなる場合である。

つまり，三角形ＡＢＣが直角二等辺三角形のとき，面積が最も小さくなる。

このとき，三角形ＡＢＣの面積は

$2\times2\div2=2$（cm^2）

4

（1）１７時ちょうどに，長針と短針の作る角度のうち小さいほうの角度は

$360\div12\times5=150°$

になる。

長針は１分間に　$360\div60=6°$，

短針は１分間に　$30\div60=0.5°$

進むので，長針と短針の作る角度は，１分間で　$6-0.5=5.5°$　縮まる。

したがって，１７時１５分ちょうどのとき，長針と短針の作る角度は

$150-5.5\times15=150-82.5$

$=67.5°$

（2）１７時ちょうどから，長針と短針がぴったり重なるまでには

あと　$150\div5.5=\frac{300}{11}$　分かかる。

つまり，長針と短針がぴったり重なる時間は，

１７時$\frac{300}{11}$分なので，映画が始まるまでには，

あと　$40-\frac{300}{11}=\frac{140}{11}$　分ある。

$\frac{140}{11}=12+\frac{8}{11}$　で，$\frac{8}{11}$　分は

$60\times\frac{8}{11}=43.6\cdots\fallingdotseq44$秒

したがって，映画が始まるまでにあと１２分４４秒ある。

5

（1）Ａの歯車の上に番号$\boxed{15}$がくるとき，

直線lの左側には，$\boxed{14}$，$\boxed{13}$，・・・，

$\boxed{5}$，$\boxed{4}$　の１１個の番号がある。

したがって，

$14+13+\cdots+4=99$

（2）２３個の番号の総和は

$1+2+3+\cdots+23=276$

Ａの歯車の上の番号をnとする。

$\boxed{12\leqq n\leqq23のとき}$

lの左側は，$n-1$，$n-2$，…，$n-11$

左側の番号の総和は

$(n-1)+(n-2)+\cdots+(n-11)$

$=11n-66$

したがって，右側の番号の総和は

$276-n-(11n-66)=-12n+342$

$11n-66$，$-12n+342$　がともにnで割り切れるためには，６６，３４２がともにnで割り切れなければいけない。

したがって，nは６６と３４２の公約数で，$12\leqq n\leqq23$となるものだが，そのようなnはない。

$\boxed{1\leqq n\leqq12のとき}$

lの右側は，$n+1$，$n+2$，…，$n+11$

右側の番号の総和は

$(n+1)+(n+2)+\cdots+(n+11)$

$=11n+66$

したがって，左側の番号の総和は

$276-n-(11n+66)=-12n+210$

$11n+66$，$-12n+210$　がともにnで割り切れるためには，６６，２１０がともにnで割り切れなければいけない。

したがって，nは６６と２１０の公約数で，$1\leqq n\leqq12$となるnは，

$n=1,\ 2,\ 3,\ 6$

である。

III

6

（1）６の表し方は，

$2+2+2$，$3+3$の２通り

１２の表し方は，

$2+2+2+2+2+2$，

$2+2+2+3+3$，$3+3+3+3$

の３通り

（2）$121=6\times20+1$

$=6\times19+7$

$=6\times19+(2+2+3)$　と考える。

$121=6\times19+(2+2+3)$

２０通り
$$\left\{\begin{aligned}&=\underbrace{(2+2+2)+(2+2+2)+\cdots\cdots(2+2+2)+(2+2+2)}_{19個}+(2+2+3)\\&=(2+2+2)+(2+2+2)+\cdots\cdots+(2+2+2)+(3+3)+(2+2+3)\\&=(2+2+2)+(2+2+2)+\cdots\cdots+(3+3)+(3+3)+(2+2+3)\\&=\cdots\cdots\\&=(2+2+2)+(3+3)+\cdots\cdots+(3+3)+(3+3)+(2+2+3)\\&=(3+3)+(3+3)+\cdots\cdots+(3+3)+(3+3)+(2+2+3)\end{aligned}\right.$$

したがって，１２１の表し方は，２０通りある。

$\boxed{（2）の別解}$

２をx回，３をy回使うとすると，

$2x+3y=121$

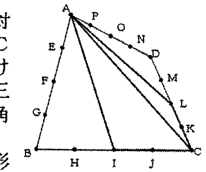
右辺が奇数なので，$3y$が奇数であればよい。

つまり，yが奇数でかつ$2x$が０以上の整数になればよい。したがって，

$y=1,\ 3,\ 5,\ \cdots,\ 39$の２０通り

7

（1）四角形ＡＢＣＤを，対角線ＡＣで三角形ＡＢＣと三角形ＡＣＤとに分ける。ＡとＩを結ぶと，三角形ＡＩＣの面積は三角形ＡＢＣの半分。また，ＡとＬを結ぶと，三角形ＡＣＬの面積は三角形ＡＣＤの半分になる。よって，



四角形AICL＝△AIC＋△ACL

$=\frac{1}{2}$△ABC＋$\frac{1}{2}$△ACD

$=\frac{1}{2}$(△ABC＋△ACD)

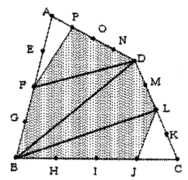
$=\frac{1}{2}$(四角形ABCD)

したがって，ＡとＩ，Ｃ，Ｌを結ぶとよい。

※同じように考えると，次のような別解もある。

Ｉ，Ｃ，Ｏ　　Ｆ，Ｃ，Ｌ　　Ｆ，Ｃ，Ｏ

（2）ＢとＤ，ＦとＤ，ＢとＬを結ぶ。



三角形ＡＦＤの面積は三角形ＡＢＤの半分で，三角形ＡＦＰの面積は三角形ＡＦＤの面積の$\frac{1}{4}$倍なので，

△AFP＝$\frac{1}{4}$△AFD＝$\frac{1}{8}$△ABD

同じように考えて，△JCL＝$\frac{1}{8}$△BCD

したがって,

$$\text{六角形FBJLDP}=\text{四角形ABCD}-(\triangle AFP+\triangle JCL)$$
$$=\text{四角形ABCD}-\left(\frac{1}{8}\triangle ABD+\frac{1}{8}\triangle BCD\right)$$
$$=\text{四角形ABCD}-\frac{1}{8}(\triangle ABD+\triangle BCD)$$
$$=\text{四角形ABCD}-\frac{1}{8}(\text{四角形ABCD})$$
$$=\frac{7}{8}(\text{四角形ABCD})$$

よって，四角形ＡＢＣＤの面積の$\frac{7}{8}$倍

8　（1）**図４**，**図５**を参考に考えると下の図のようになる

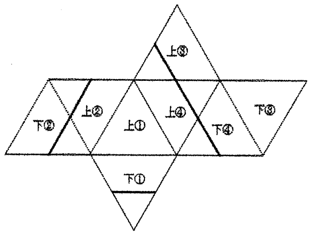


図４

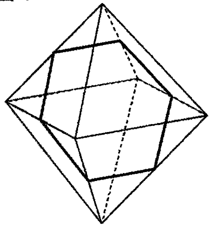
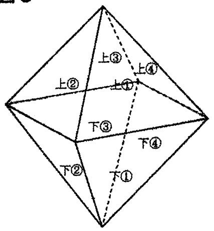


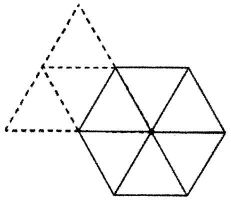
図５



（2）　水面の正六角形を同じ大きさの６個の正三角形に分けたとき，それらの正三角形を４個組み合わせると，正八面体の１面の正三角形ができる。正八面体の１面の面積は６ｃｍ^2 なので，求める面積は

$$6\times\frac{1}{4}\times6=9\ (\mathrm{cm}^2)$$

図６



（3）　容器Ａの一辺の２倍の長さの一辺をもつ正四面体Ｍを考える。正四面体Ｍの各辺の中点を結ぶと容器Ａができる（**図７**）。
容器Ａの一辺と同じ長さの辺をもつ正四面体を正四面体Ｃとすると，容器Ａは正四面体Ｍから正四面体Ｃを４個切り取った図形である。
正四面体Ｍの体積をＶとすると，容器Ａの容積は,

$$V-\frac{1}{8}V\times4=\frac{1}{2}V$$

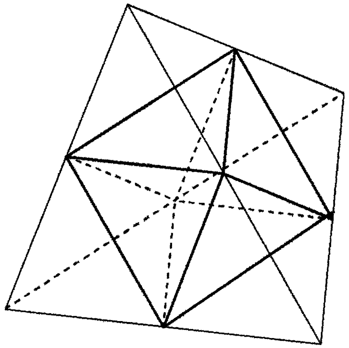
よって，容器Ａに入っている水の量は$\frac{1}{2}V\div2=\frac{1}{4}V$

また，正四面体Ｃを容器Ａに１個加えると容器Ｂができる。よって，正四面体Ｍから正四面体Ｃを３個切り取ると容器Ｂができる。したがって，容器Ｂを満たす水の量は,

$$V-\frac{1}{8}V\times3=\frac{5}{8}V$$

よって，$\frac{1}{4}V:\frac{5}{8}V=2:5$ なので，２．５倍

図７



【参考】正多面体をもっと深めてみよう。

正多面体は，大変面白い性質をもっている。正六面体（立方体）の６つの面の中心に点をとり，その点を結んでいくと，正八面体が生まれる（**図８**）。また逆に，正八面体の８つの面の中心に点をとり，その点を結んでいくと，正六面体（立方体）が生まれる（**図９**）。さらに，正十二面体と正二十面体の間にも同じような関係がある。そして，正四面体の４つの面の中心に点をとり，その点を結ぶと，正四面体が生まれる。

図８

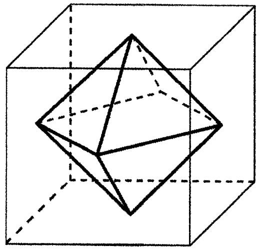
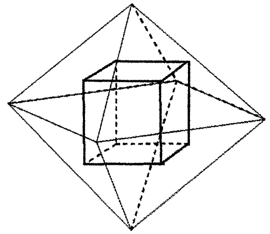


図９



さらに，正四面体の各辺の中点を結ぶと，正八面体が生まれる（**図１０**）。そして，正六面体から**図１１**のように４つの頂点をとって結ぶと，正四面体が生まれるのである。

図１０

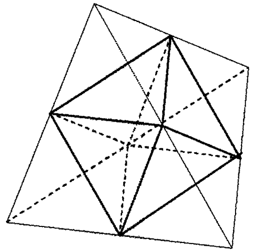
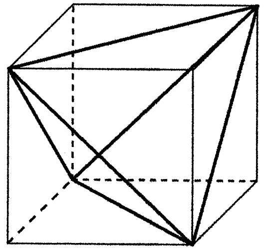


図１１



正多面体は，正四面体，正六面体，正八面体，正十二面体，正二十面体の５種類があり，プラトンの立体とも呼ばれている。この５つの正多面体は，ある正多面体から別の正多面体を作ることができる巡回関係にあり，そこには，有名な黄金比も関わっているのである。