| エントリーナンバー | | 名　　前 | |
|---|---|---|---|

**平成25年度未来の科学者発掘事業**

**算数・数学コンクール中学生用　　解答用紙**

## Ⅰ [redacted]

**1**

| | | ここには，記入しないこと |
|---|---|---|
| (1) | ２０ | |
| (2) | －９１ | |
| (3) | ６$a$＋７ | |
| (4) | ７$x$－４ | |
| (5) | $\frac{x+11}{6}$ | |

**2**

| | | ここには，記入しないこと |
|---|---|---|
| (1) | $a=3$ | |
| (2) | ２５０　人 | |
| (3) | P(６，２) | |
| (4) | １３２$\pi$ cm² | |
| (5) | １８$\pi$ cm³ | |

## Ⅱ [redacted]

**3**

| | | |
|---|---|---|
| (1) | 四角形ＡＢＤＥと面積が等しい三角形は，三角形ＢＣＥである。 | |
| (2) | ６　cm² | |
| (3) | ７．５　cm² | |

**4**

| | | |
|---|---|---|
| (1) | 木　曜日 | |
| (2) | 水　曜日 | |
| (3) | 求め方<br>（２）の計算により，１年経過するごとに１月１日の曜日は，火→水→木→…と１つ右にずれていく。ただし，１年が３６６日ある年は，２つ右にずれる。２０１３年から２０９８年までに，１年が３６６日ある年は，２０１６，２０２０，２０２４，…，２０９２，２０９６と，全部で２１回ある。<br>したがって２０１３年１月１日の曜日である火曜日から（２０９９－２０１３）＋２１＝１０７回曜日がずれることになる。<br>１０７を７で割った余りは２なので，２０９９年１月１日は，木曜日である。<br><br>答え　木　曜日 | |

**5**

| | | |
|---|---|---|
| (1) | ８　秒後 | |
| (2) | <１２０> | |
| (3) | ２７　秒後 | |

（解答用紙は裏に続きます。）

**III**

**6**

| | |
|---|---|
| (1) | 碁石を３個並べるとき　５　通り |
| | 碁石を４個並べるとき　８　通り |
| (2) | ３４　通り |
| (3) | (あ)　白 |
| | (い)　３４ |

**7**

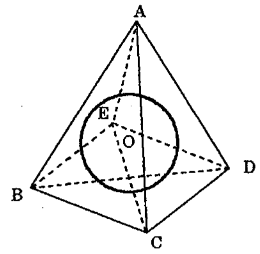
| | |
|---|---|
| (1) | $\frac{14}{3}$ cm |
| (2) | 点Ｐは，頂点　Ｅ　で止まる。 |
| | 点Ｐが止まるまでにはね返った回数は３４ 回である。 |

**8**

| | |
|---|---|
| (1) | ３６　cm³ |

(2) 求め方

右の図のように正四角すいの頂点を A，B，C，D，E とし，求める球の中心を O，半径を $r$ とする。




正四角すい ABCDE の体積を V

四角すい OBCDE の体積を $V_1$

三角すい OABE の体積を $V_2$

三角すい OABC の体積を $V_3$

三角すい OACD の体積を $V_4$

三角すい OADE の体積を $V_5$

とすると，

（1）より　$V=36(\mathrm{cm}^3)$

$V_1=\frac{1}{3}\times(3\times3\times\frac{1}{2}\times4)\times r=6r$

$V_2=V_3=V_4=V_5$

$=\frac{1}{3}\times\left\{6\times6-(\frac{1}{2}\times3\times3+\frac{1}{2}\times3\times6\times2)\right\}\times r=\frac{9}{2}r$

$V_1+V_2+V_3+V_4+V_5=V$ より

$6r+\frac{9}{2}r\times4=36$

$24r=36$　　$r=\frac{3}{2}$ (cm) …（答え）

答え　$\frac{3}{2}$　cm

**算数・数学コンクール　中学生用解答と解説**
以下に，おもな解答例と解説を示します。

## I

**1** (1) $24+20\div(-5)$
$=24+(-4)$
$=20$

(2) $9-(-25)\times(-4)$
$=9-100$
$=-91$

(3) $3\times3a+3\times\frac{5}{3}-2\times\frac{3a}{2}+2\times1$
$=9a+5-3a+2$
$=6a+7$

(4) $-42x\div(-6)+24\div(-6)$
$=7x+(-4)$
$=7x-4$

(5) $\frac{2(5x+4)}{6}-\frac{3(3x-1)}{6}$
$=\frac{10x+8-9x+3}{6}$
$=\frac{x+11}{6}$

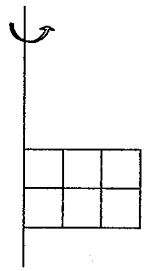
**2** (1) $x=-2$のとき，
$4\times(-2)^2+4a\times(-2)+3a=1$
$16-8a+3a=1$
$-5a=-15$，　$a=3$

(2) この学校の全校生徒の人数を$x$人とする。
男子の人数は $\frac{46x}{100}$人　で，全校生徒の５４％が女子なので，女子の人数は $\frac{54x}{100}$人　である。
女子の人数は男子の人数より２０人多いので
$\frac{54x}{100}-\frac{46x}{100}=20$
$54x-46x=2000$
$8x=2000$，　$x=250$
したがって，全校生徒の人数は２５０（人）

(3) 点Ｐの$x$座標を$a$とすると，三角形AOPの面積は$6\times a\div2=3a$である。三角形AOP　の面積が１８だから
$3a=18$，　$a=6$
このとき，点Ｐの$y$座標は $\frac{12}{6}=2$ なので
Ｐの座標は(６，２)

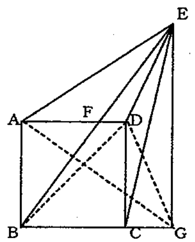
(4) 図において，$\angle A+\angle B=60°$，同様に$\angle C+\angle D=60°$　合わせて１２０°である。
求める面積は，４つの円の面積の合計から半径が６cm，中心角が１２０°のおうぎ形の面積をひいたものに等しい。
$36\pi\times4-36\pi\times\frac{120}{360}$
$=144\pi-12\pi$
$=132\pi$ (cm²)

(5) １番下の正方形を回転させてできる立体の体積は$\pi\times1\times1\times1=\pi$ (cm³)
下から２番目の長方形を回転させてできる立体の体積は$\pi\times2\times2\times1=4\pi$ (cm³)
上から２番目の長方形を回転させてできる立体の体積は$\pi\times3\times3\times1-\pi\times1\times1\times1=8\pi$ (cm³)
１番上の正方形を回転させてできる立体の体積は
$\pi\times3\times3\times1-\pi\times2\times2\times1=5\pi$ (cm³)
したがって，$\pi+4\pi+8\pi+5\pi=18\pi$ (cm³)
(別解)
求める立体の体積は右の図の長方形を，直線$\ell$を軸として１回転させてできる立体の体積に等しいので，
$\pi\times3\times3\times2=18\pi$ (cm³)



## II

**3** (1)




上の図のように，辺ＢＣを右側にのばした直線と点Ｅから直線ＢＣへひいた直線が点Ｇで垂直に交わっているとする。
四角形ＡＢＤＥの面積
＝三角形ＡＢＥの面積＋三角形ＢＤＥの面積である
ここで，三角形ＡＢＥの面積＝三角形ＡＢＧの面積
　三角形ＡＢＧの面積＝三角形ＢＤＧの面積
であり，三角形ＢＤＧの面積
　＝三角形ＢＣＤの面積＋三角形ＣＤＧの面積
　＝三角形ＢＣＤの面積＋三角形ＣＤＥの面積
となる。したがって，
三角形ＡＢＥの面積
＝三角形ＢＣＤの面積＋三角形ＣＤＥの面積となり，
四角形ＡＢＤＥの面積
＝三角形ＢＣＤの面積＋三角形ＣＤＥの面積
＋三角形ＢＤＥの面積
＝三角形ＢＣＥの面積であることがわかる。

(2) 三角形ＢＤＦの面積を$x$，三角形ＢＣＤの面積を$y$，三角形ＤＥＦの面積を$z$とすると，
四角形ＡＢＤＥの面積と三角形ＢＣＥの面積は等しいので，$12+15+x+z=9+x+y+z$
$27=9+y$　　$y=18$ (cm²)
また，三角形ＡＢＤの面積＝三角形ＢＣＤの面積
$=y=18$　となるので，
三角形ＢＤＦの面積
＝三角形ＡＢＤの面積－三角形ＡＢＦの面積
$=18-12$
$=6$ (cm²)

(3) ＡＦ：ＦＤ
＝三角形ＡＢＦの面積：三角形ＢＤＦの面積
＝１２：６
＝２：１　より，
三角形ＥＡＦの面積：三角形ＥＦＤの面積
＝ＡＦ：ＦＤ
＝２：１
したがって，
三角形ＥＦＤの面積＝三角形ＥＡＦの面積×$\frac{1}{2}$
$=15\times\frac{1}{2}=7.5$ (cm²)

**4** (1) 下のカレンダーより，
２０１３年１月３１日は木曜日である。

2013年1月のカレンダー

| 月 | 火 | 水 | 木 | 金 | 土 | 日 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 31 | | | |

(2) 上のカレンダーからわかるように，日付を７で割ったときの余りと曜日は次のように対応している
月曜日：０　火曜日：１　水曜日：２　木曜日：３
金曜日：４　土曜日：５　日曜日：６
２０１４は４で割り切れないので，２０１４年は３６５日ある。よって，２０１４年１月１日は２０１３年１月１日から数えて３６５＋１＝３６６日目である。
３６６を７で割った余りは２なので，２０１４年１月１日は水曜日である。

(3) (2)の計算により，１年経過するごとに１月１日の曜日は，火→水→木→…と１つ右にずれていく。ただし，１年が３６６日ある年は，２つ右にずれる。
２０１３年から２０９８年までに，１年が３６６日ある年は，２０１６，２０２０，２０２４，…，２０９２，２０９６と，全部で２１回ある。したがって２０１３年１月１日の曜日である火曜日から
（２０９９－２０１３）＋２１＝１０７回
曜日がずれることになる。
１０７を７で割った余りは２なので，２０９９年１月１日は，木曜日である。

**5** (1) ８秒後
(2) <１２０>
(3) ２７秒後

※Ａ，Ｂ，Ｃの針が指している目もりの数の組は次のようになる。

| 秒後 | <ａｂｃ> | 秒後 | <ａｂｃ> |
|---|---|---|---|
| 1 | <００１> | ２８ | <００１> |
| 2 | <００２> | ２９ | <００２> |
| 3 | <０１０> | ３０ | <０１０> |
| 4 | <０１１> | ・ | |
| 5 | <０１２> | ・ | |
| 6 | <０２０> | ・ | |
| 7 | <０２１> | 以下同様 | |
| 8 | <０２２> | （左欄と同じ） | |
| 9 | <１００> | ・ | |
| １０ | <１０１> | ・ | |
| １１ | <１０２> | ・ | |
| １２ | <１１０> | | |
| １３ | <１１１> | | |
| １４ | <１１２> | | |
| １５ | <１２０> | | |
| １６ | <１２１> | | |
| １７ | <１２２> | | |
| １８ | <２００> | | |
| １９ | <２０１> | | |
| ２０ | <２０２> | | |
| ２１ | <２１０> | | |
| ２２ | <２１１> | | |
| ２３ | <２１２> | | |
| ２４ | <２２０> | | |
| ２５ | <２２１> | | |
| ２６ | <２２２> | | |
| ２７ | <０００> | | |

## III

**6** (1) 碁石を３個並べるときは，黒白黒，
黒白白，白黒白，白白黒，白白白　の５通り。
碁石を４個並べるときは，黒白黒白，
黒白白黒，黒白白白，白黒白黒，白黒白白，
白白黒白，白白白黒，白白白白の８通り。

(2) (1)において，碁石を３個並べたものの右側に碁石を４個並べればよい。
①黒白黒，白白黒の場合は，右側に並べる碁石は
白黒白黒，白黒白白，白白黒白，白白白黒，
白白白白の５通り
②白黒白，黒白白，白白白の場合は，右側に並べる碁石は 黒白黒白,黒白白黒，黒白白白，
白黒白黒,白黒白白,白白黒白,白白白黒,白白白白
の８通り
したがって，７個の碁石の並べ方は，
２×５＋３×８＝３４通りある。

(3) (2)より７個の碁石の並べ方は３４通りある。
そのうち，右端が黒の碁石である並べ方は，(2)の解説の①，②より
２×２＋３×３＝１３通り
同様に，右端が白の碁石である並べ方は，
２×３＋３×５＝２１通りある。

碁石を１０個並べるには，碁石を７個並べたものの右側に碁石を３個並べればよい。

①碁石を 7 個並べたものの右端が黒の碁石の場合は，右側に並べる碁石は白黒白，白白黒，白白白　の３通りなので，碁石を１０個並べたとき，
右端が黒の碁石である並べ方は１３×１＝１３通り
右端が白の碁石である並べ方は１３×２＝２６通り
ある。

②碁石を 7 個並べたものの右端が白の碁石の場合は，右側に並べる碁石は 黒白黒，黒白白，白黒白，白白黒，白白白　の５通りなので，碁石を１０個並べたとき，
右端が黒の碁石である並べ方は２１×２＝４２通り
右端が白の碁石である並べ方は２１×３＝６３通り
ある。

①②より右端が黒の碁石である並べ方は，
１３＋４２＝５５通り
右端が白の碁石である並べ方は，
２６＋６３＝８９通り　なので
右端が白の碁石である並べ方の方が
８９－５５＝３４（通り）多い。

（別解）

$n$ 個の碁石の並べ方を f ($n$)通りとすると，

右端が黒の碁石の場合は，$\underbrace{\text{○○…○}}_{n-2\text{個}}$白黒

右端が白の碁石の場合は，$\underbrace{\text{○○…○○}}_{n-1\text{個}}$白 なので，

f ($n$)＝f ($n$－2)＋f ($n$－1)　…ア が成り立つ。
碁石が１０個の場合，右端が黒の碁石である並べ方は f (8) 通り，右端が白の碁石である並べ方は f (9) 通りある。
アにおいて，$n$＝9のとき，
f (9)＝f (7)＋f (8) なので
f (9)－f (8)＝f (7)
＝３４
したがって，右端が白の碁石である並べ方の方が３４通り多い。

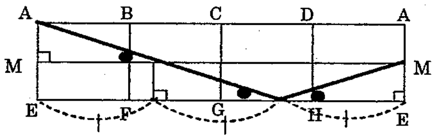
【参考】

碁石の個数と並べ方の数を表にすると次の通り。

| 碁石の個数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 並べ方の数 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 | 89 | 144 | … |

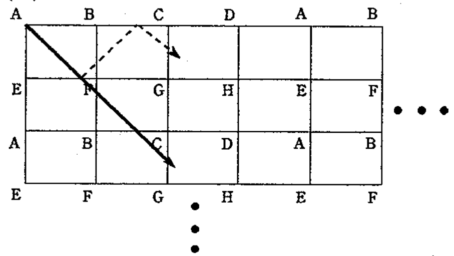
表より，
$n$ 個の碁石の並べ方の数
＝$n$－２個の碁石の並べ方の数
＋$n$－１個の碁石の並べ方の数　が成り立つ。
２，３，５，８，１３，２１，…　のように，それぞれの数が，前の２つの数の和になっている数を「フィボナッチ数」といい，これは，イタリアの数学者レオナルド・フィボナッチにちなんで名付けられた数である。花びらの数はフィボナッチ数であることが多かったり，ひまわりの種の数をらせんにそって数えていくとフィボナッチ数が現れるなど，フィボナッチ数は自然界の現象に数多く出てくる。

**7**（１）側面の展開図を考えると，

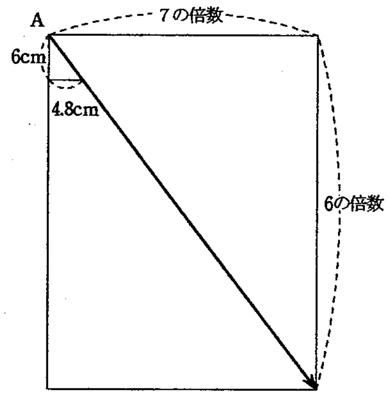



$7\times4\times\frac{2}{3}-7\times2=\frac{14}{3}$　より，点Ｐは辺ＧＨ上の点Ｇから $\frac{14}{3}$ cm はなれた位置ではね返った。

（２）



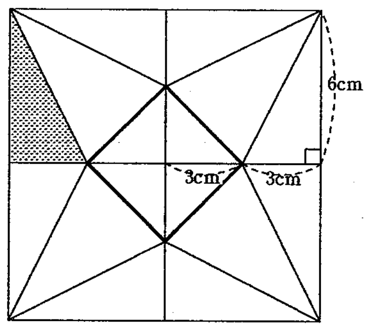

上の図のように，側面の展開図を右と下に次々につなげていき，点 P が動いた折れ線を上下に折り返しながらつなげると直線ができる。
下の図のように，点 P が止まるまでの折れ線を折り返してつなげた直線を対角線にもつ長方形を考える。

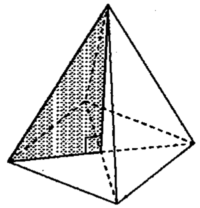



この長方形の横，たての長さは，それぞれ７，６の倍数となる。また，点Ｐは横に４．８ cm 進むごとにはね返るので，長方形の横の長さは４．８で割り切れる。４．８で割り切れる最も小さい自然数は
$4.8\times5=24$　なので，この長方形の横の長さは，
７と２４の最小公倍数となる。よって，横の長さは $7\times24(=168)$ cm である。７×２４は
$7\times24=(7\times4)\times6$　と表せるので，点Ｐは頂点Ａまたは頂点Ｅで止まる。…（＊）

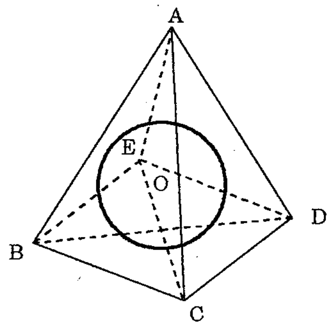
ここで，たての長さは横の長さの $\frac{6}{4.8}=\frac{5}{4}$ 倍より
$7\times24\times\frac{5}{4}=6\times35(=210)$ cm である。６×３５は
６×３５＝(６×２)×１７＋６　と表せるので，（＊）とあわせて考えると，点Ｐは頂点Ｅで止まる。
また，はね返った回数は，
３５－１＝３４（回）である。

**8**（１）展開図の４つの二等辺三角形の頂点を結ぶと，１辺１２ cm の正方形ができる。このとき，下の２つ図において，網掛け部分の直角三角形は合同である。したがって，体積は
$\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times3\times3\times4)\times6=36$ (cm³) である。



（２）




上の図のように正四角すいの頂点をＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅとし，求める球の中心をＯ，半径を $r$ とする。

正四角すい ABCDE の体積を V
四角すい OBCDE の体積を $V_1$
三角すい OABE の体積を $V_2$
三角すい OABC の体積を $V_3$
三角すい OACD の体積を $V_4$
三角すい OADE の体積を $V_5$　とする。
（１）より　V＝３６ (cm³)

$V_1=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times3\times3\times4)\times r=6r$

$V_2=V_3=V_4=V_5$
$=\frac{1}{3}\times\left\{6\times6-(\frac{1}{2}\times3\times3+\frac{1}{2}\times3\times6\times2)\right\}\times r=\frac{9}{2}r$

$V_1+V_2+V_3+V_4+V_5=V$ より
$6r+\frac{9}{2}r\times4=36$
$24r=36$　　$r=\frac{3}{2}$ (cm) である。

【参考】

上の解答において，$\frac{1}{2}\times3\times3\times4$ (cm²)　は
正四角すいの底面積を，
$\{6\times6-(\frac{1}{2}\times3\times3+\frac{1}{2}\times3\times6\times2)\}\times4$ (cm²)
は正四角すいの側面積を表すので，
$\frac{1}{3}\times$(正四角すいの表面積)$\times r=$正四角すいの体積
が成り立つ。