エントリーナンバー		名　前	

平成24年度未来の科学者発掘事業
算数・数学コンクール中学生用　　解答用紙

I

ここには，記入しないこと

1

(1)	7	
(2)	$\frac{13}{6}$	
(3)	92	
(4)	$-9x+3y$	
(5)	$\frac{4x+29}{10}$	

2

(1)	$x=-2$	
(2)	720　m	
(3)	600　cm²	
(4)	$y=-\frac{6}{x}$	
	yの変域 $-3 \leqq y \leqq -1$	
(5)	36　cm³	

II

1

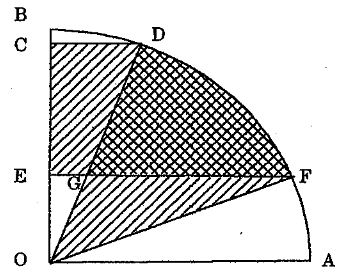
5，　25，　35，　55，　65，　85，　95

2

求め方

三角形ＯＣＤと三角形ＦＥＯ の面積は等しいので，線分ＯＤと線分ＥＦの交点をＧとすると，台形ＣＥＧＤと三角形ＯＦＧの面積も等しくなる。

よって，問題の図において，かげをつけた部分の面積は，おうぎ形ＯＤＦの面積と等しくなる。おうぎ形ＯＤＦの面積とおうぎ形ＯＡＢの面積の比は，それぞれの中心角の比に等しいので，求める面積比は，おうぎ形ＯＤＦの面積：おうぎ形ＯＡＢの面積＝５０：９０＝５：９



答え　5　：　9

3

(1)	たし算 A	ひき算 C	かけ算 D	わり算 B
(2)	２枚のカードにかかれた数字は　3　と　9			

（解答用紙は裏に続きます。）

III

1

(1)	①	3
	②	ケ
(2)	①	S→ エ → ク → ケ → コ → セ →G
	②	336 点

2

(1)		64 個
(2)	①	18 個
	②	14 個

3

(1)

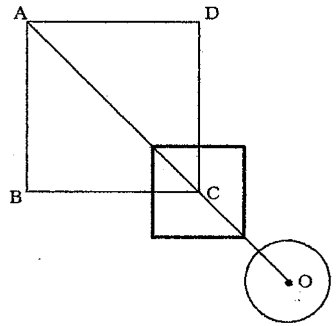
円の中心の位置

線分COの中点

円の半径 $\frac{1}{2}$ cm

(2)

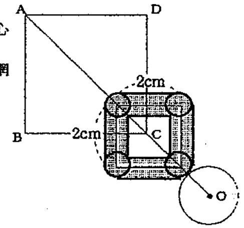
①



②求め方

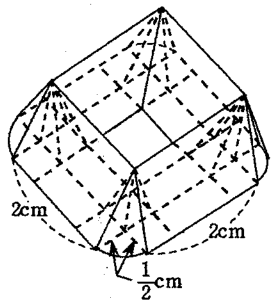
② 底面が動いてできる図形は、半径 $\frac{1}{2}$ cm の円の中心が１辺２cm の正方形の辺上を動いてできる右図の網掛けの部分。

求める立体は右下図のようになるので、体積は、



$$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times1+\frac{1}{2}\times1\times1\times2\times4-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times1\times4$$

$$=\frac{\pi}{12}+\frac{11}{3}\quad\left(=\frac{\pi+44}{12}\right)$$ (cm³) ・・・(答)



答え $\frac{\pi}{12}+\frac{11}{3}$ cm³

算数・数学コンクール　中学生用
解答と解説
以下に，おもな解答例と解説を示します。

I

1（1）$13+(-36)\div 6$
$=13+(-6)$
$=7$

（2）$-\dfrac{3}{6}+\dfrac{12}{6}+\dfrac{4}{6}=\dfrac{-3+12+4}{6}$

$=\dfrac{13}{6}\ \left(=2\dfrac{1}{6}\right)$

（3）$4\times(-5)+(-16)\times(-7)$
$=-20+112$
$=92$

（4）$27x\div(-3)-9y\div(-3)$
$=-9x-(-3y)$
$=-9x+3y$

（5）$\dfrac{5(2x+5)}{10}-\dfrac{2(3x-2)}{10}$
$=\dfrac{10x+25-6x+4}{10}$
$=\dfrac{4x+29}{10}$

2（1）両辺を４で割ると，
$2(2x+1)=x-4$
$4x+2=x-4$
$3x=-6,\quad x=-2$

（2）家から図書館までの道のりを x m とする。
家から図書館まで行くのに，太郎さんがかかった時間は $\dfrac{x}{60}$ 分，次郎さんがかかった時間は $\dfrac{x}{40}$ 分 なので，$\dfrac{x}{60}+6=\dfrac{x}{40}$
$2x+720=3x,\quad x=720$
したがって，家から図書館までの道のりは
720（m）

（3）求める鉄板の面積を x cm^2 とする。
$\dfrac{x}{400}=\dfrac{2.4}{1.6}\qquad \dfrac{x}{400}=\dfrac{3}{2}\qquad x=\dfrac{3}{2}\times 400=600$

したがって，600（cm^2）

（4）$y=\dfrac{a}{x}$ とおく。$x=-2$ のとき，$y=3$ より

$\dfrac{a}{-2}=3\quad a=-6\quad$ したがって　$y=-\dfrac{6}{x}$

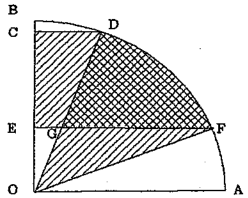
また，x の変域が $2\leqq x\leqq 6$ のとき，
y の変域は，$-3\leqq y\leqq -1$

（5）容器に入っている水の体積は，線分ＢＣを斜辺とする直角三角形を三角すいの底面と考え，
$6\times 9\times\dfrac{1}{2}\times 4\times\dfrac{1}{3}=36$（cm^3）

II

1（1）１はすべての整数を割り切るので，１の電球は常に点灯する。１と５の電球だけが点灯するのは，２や３の倍数でない５の倍数のときである。
このような整数は，５（=5×1），２５（=5×5），３５（=5×7），５５（=5×11），６５（=5×13），８５（=5×17），９５（=5×19）の７個である。
したがって，求める整数は
５，２５，３５，５５，６５，８５，９５

2 三角形ＯＣＤと三角形ＦＥＯ の面積は等しいので，線分ＯＤと線分ＥＦの交点をＧとすると，台形ＣＥＧＤと三角形ＯＦＧの面積も等しくなる。
よって，問題の図においてかげをつけた部分の面積は，おうぎ形ＯＤＦの面積と等しくなる。おうぎ形ＯＤＦの面積とおうぎ形ＯＡＢの面積の比は，それぞれの中心角の比に等しいので，求める面積比は，おうぎ形ＯＤＦの面積：おうぎ形ＯＡＢの面積
＝５０：９０＝５：９



3（1）２つの数２，６について
たし算　6＋2＝8　…①
ひき算　6－2＝4　…②
かけ算　6×2＝12…③
わり算　6÷2＝3　…④　となる。
このうち，２つの数の合計が１２となるのは，①と②の組み合わせで，合計が２０となるのは，①と③の組み合わせである。
①がどちらにも含まれているので，たし算はＡのボタンということがわかる。したがって，ひき算はＣのボタン、かけ算はＤのボタンとなり，残りのわり算がＢのボタンとなる。

（2）機械に入れた２枚のカードにかかれた数字のうち，数が大きい方をａ，数が小さい方をｂとする。
Ｂ，Ｃ，Ｄのボタンが押されているので，$\dfrac{a}{b}$，

ａ－ｂ，ａ×ｂの合計が３６になる場合を考える。
ａ－ｂ，ａ×ｂは整数なので，$\dfrac{a}{b}$ も整数であり，
ｂはａの約数であることがわかる。
１～９の中で，ｂがａの約数になる場合を考え，そのときのＢ，Ｃ，Ｄのボタンでの計算結果とそれらの合計を表にまとめると，次のようになる。

a	2	3	4		5	6			7	8			9	
b	1	1	1	2	1	1	2	3	1	1	2	4	1	3
B	2	3	4	2	5	6	3	2	7	8	4	2	9	3
C	1	2	3	2	4	5	4	3	6	7	6	4	8	6
D	2	3	4	8	5	6	12	18	7	8	16	32	9	27
合計	5	8	11	12	14	17	19	23	20	23	26	38	26	36

したがって，２枚のカードにかかれた数字は３と９

III

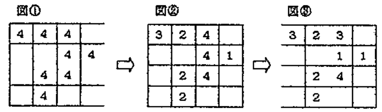
1（1）① ゆうたさんの得点は３１５点で奇数なので，通った位置にかかれている整数は，すべて奇数である。通った位置にかかれている整数がすべて奇数であるような通り方は，
Ｓ→５→１→７→ ■ →３→Ｇの１通りしかない。
５×１×７×３＝１０５なので，■ にかかれている整数は３１５÷１０５＝３

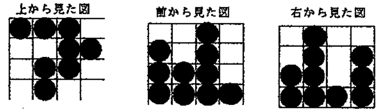
② なるみさんの得点は１１２点で，１１２は偶数なので，２を約数にもつ。１１２÷２＝５６
５６は７を約数にもち，５６＝７×８である。
これらのことより
１１２＝２×７×８＝１×２×７×４×２
したがって，２人とも通った位置にかかれている数字は７で，ケの位置である。

（2）キ，コ，スの位置にかかれた数字はすべて負の数なので，スタートからゴールまでに必ず１回は負の数を通る。また，クの位置に負の数があり，キ，ク，コ，ス以外はすべて正の数なので，クの－２を通り，積が最大になるような通り方を考えればよい。
積が最大になる通り方は，
Ｓ→エ→ク→ケ→コ→セ→Ｇで，このとき，得点は
２×（－２）×７×（－３）×４＝３３６（点）

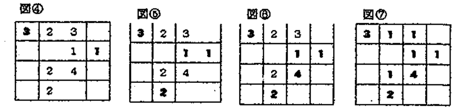
2（1）４×４×４＝６４（個）

（2）① 上から見て，黒球が見えているマスに入る黒球の最大の個数を考える。
上から見た図のみで黒球の最大個数を考えると図①のとおり。次に前から見た図とあわせて黒球の最大個数を考えると図②のようになり，さらに右から見た図とあわせて黒球の最大個数を考えると，図３のようになる。
したがって，黒球が最も多く入っているとき，その個数は
３＋２＋３＋１＋１＋２＋４＋２＝１８（個）



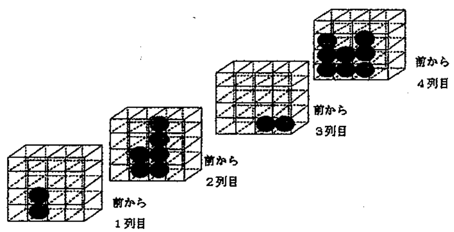


② ①で求めた黒球の最大個数（上の図③）から黒球をどれだけ減らすことができるかを考えればよい。
上から見た図と前から見た図をあわせて考えると，前から３列目・右から１列目のマスに入る黒球の個数は１，前から４列目・右から４列目のマスに入る黒球の個数は３と確定する（図④）。
次に，上から見た図と右から見た図をあわせて考えると，前から１列目・右から３列目のマスに入る黒球の個数は２，前から３列目・右から２列目のマスに入る黒球の個数は１と確定する（図⑤）。
さらに，前から見た図と右から見た図をあわせて考えると，前から２列目・右から２列目のマスに入る黒球の個数は４と確定する（図６）残りのマスに入る黒球の個数が１のとき，最も黒球が少ない場合である（図７）。
したがって，３＋１＋１＋１＋１＋１＋４＋２
＝１４（個）



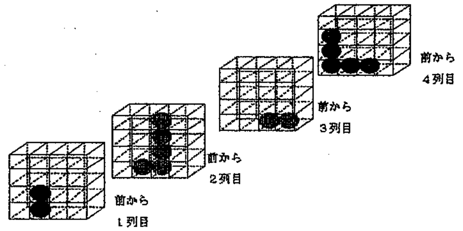
※太字の数字は，確定した黒球の個数

（参考）



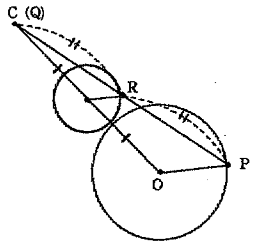
黒球が最も多く入るのは，下図のように入るとき

黒球が最も少なく入るのは，下図のように入るとき。

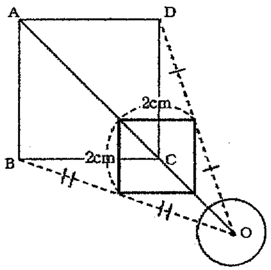


3 (1) 求める円は，円Oを $\frac{1}{2}$ 倍したものなので，
中心は線分COの中点にある。

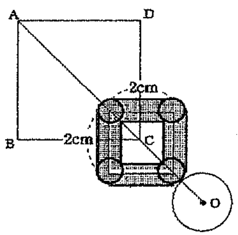
また，円の半径は $\frac{1}{2}$ (cm)



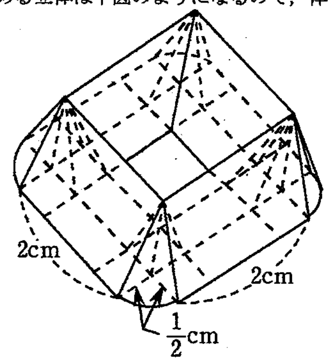
(2) ① 線分OQの中点が動いてできる図形は下図のとおりである。



② 底面が動いてできる図形は、半径 $\frac{1}{2}$ cm の円の中心が1辺2 cm の正方形の辺上を動いてできる下図の網掛けの部分。



求める立体は下図のようになるので，体積は，



$$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times1+\frac{1}{2}\times1\times1\times2\times4-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times1\times4$$

$$=\frac{\pi}{12}+\frac{11}{3}\left(=\frac{\pi+44}{12}\right)\quad(\text{cm}^3)$$

(参考)
①求める立体の四隅の部分

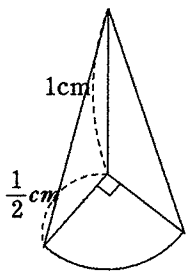
は底面が半径 $\frac{1}{2}$ cm の円

で，高さが1 cm の円すいを4等分したものなので，それら4個を合わせると，

底面が半径 $\frac{1}{2}$ cm の円

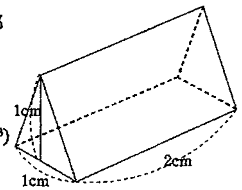
で，高さが1 cm の円すい1個分の体積に等しいので

$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times1$ (cm^3)



②立体の4隅以外の部分について，まず右図のような三角柱4個分の体積は，

$\frac{1}{2}\times1\times1\times2\times4$ (cm^3)

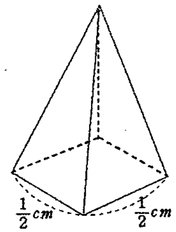


③②の三角柱の重なった部分は，1辺の長さが

$\frac{1}{2}$ cm の正方形を底面とし，

高さが1 cm の四角すいで，重なりが4カ所あるので，重なった部分の体積は

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times1\times4$ (cm^3)



したがって，求める立体の体積は，①+②−③である。