

平成23年度未来の科学者発掘事業
算数・数学コンクール中学生用 解答用紙

I _____
ここには、記入しないこと _____
ここには、記入しないこと _____

(1)	3
(2)	$\frac{11}{12}$
(3)	10
(4)	$-4a - 2b$
(5)	$-3x + 5y$

(1)	$\frac{4x^2}{5}$
(2)	$a = \frac{11}{6}$
(3)	8 個
(4)	$y = 4x$ y の変域 $0 \leq y \leq 80$
(5)	$4(n-1)$ 個

II _____

(1)	<p>求め方 三角形EBCの面積は $10 \times 6 \div 2 = 30$ (cm²) 三角形GBCの面積は $30 - 1Q = 20$ (cm²) 三角形BEGの面積と三角形EFQの面積の和は三角形BEFの面積に等しく、三角形FGCの面積と三角形EFGの面積の和は三角形CEFの面積に等しい。 三角形BEFの面積と三角形CEFの面積は等しいので、 三角形FGCの面積は三角形BEGの面積と同じ1Q (cm²) また、EG:GC=三角形BEG:三角形GBC=1:2 三角形EFG:三角形FGC=EQ:GC=1:2より 三角形EFGの面積は、$10 \times \frac{1}{2} = 5$ (cm²) 答 $\frac{5}{5}$ cm²</p>
(2)	5 cm

	最初	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目
13Lの容積L	13	5	5	10	10	2	2	7
8Lの容積L	0	8	3	3	0	8	6	6
5Lの容積L	0	0	5	0	3	3	5	0

(1)	① 90 ② 14 ③ 14, 21
(2)	<p>求め方 どの週も、水曜日を基準にすると、 「月曜日の日にち」は「水曜日の日にち」-2、 「火曜日の日にち」は「水曜日の日にち」-1、 「木曜日の日にち」は「水曜日の日にち」+1、 「金曜日の日にち」は「水曜日の日にち」+2である。 この条件から、第1週から第5週まで買い物に行った曜日 はすべて異なるので、買い物に行ったすべての日にちを 合計すると、すべての水曜日の日にちの合計と同じである。 つまり、$1 + 8 + 15 + 22 + 29 = 75$が6月に買い物 に行った日にちの合計になる。 この条件から、買い物に行った日のうち、第4週を除 いた日にちの合計は55なので、$75 - 55 = 20$が第4週 に買い物に行った日になり、カレンダーをみると、20日 は月曜日である。</p> <p>答 第4週に買い物に行ったのは 月 曜日</p>

(解答用紙は裏に続きます。)

III _____

(1)	
(2)	<p>① 5 点 ② 最も高い得点の合計 さいころが通ったマス</p> <p>など</p>

(1)	25 分後
(2)	<p>求め方 2人が最初にP地点で出会うまでに太郎さんが進んだ距離を x kmとすると、花子さんが進んだ道のりは $(5-x)$ kmである。太郎さんが、P地点で花子さんと出会うから、Q地点でもう一度花子さんと出会うまでに $2(5-x) + 1 = (11-2x)$ km進み、それまでにかかった時間が50分なので、25分で $(11-2x) \div 2 = (5.5-x)$ km 進んだことになる。 したがって $x = 5.5 - x$, $x = 2.75$</p> <p>花子さんが進んだ距離は $5 - 2.75 = 2.25$ 25分は $\frac{5}{12}$ 時間なので 太郎さんが進んだ速さは $2.75 \div \frac{5}{12} = 6.6$ 花子さんが進んだ速さは $2.25 \div \frac{5}{12} = 5.4$</p> <p>答 太郎さんが進んだ速さ 時速 6.6 km 花子さんが進んだ速さ 時速 5.4 km</p>

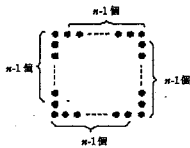
(1)	20 cm ³
(2)	<p>求め方 求める体積を右図のように考える。三角柱DEJFGHの体積は $2^2 \times \frac{1}{2} \times 5 = 10$ (cm³) 三角すいDFIHの体積は $2^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$ (cm³) 三角すいEGIHの体積も同様に考えると $\frac{5}{3}$ (cm³) 三角すいHDEJの体積は $2^2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ (cm³) したがって、求める体積は $10 - (\frac{5}{3} + \frac{5}{3} + \frac{10}{3})$ $= 10 - \frac{20}{3}$ $= \frac{10}{3}$ (cm³)</p> <p>答 $\frac{10}{3}$ cm³</p>

解答と解説

以下に、おもな解答例と解説を示します。

I

- (1) $21 \div (-6+3) - (-10)$
 $= 21 \div (-3) + 10$
 $= -7 + 10$
 $= 3$
- (2) $\frac{2}{3} + 2 - \frac{7}{4} = \frac{8}{12} + \frac{24}{12} - \frac{21}{12}$
 $= \frac{11}{12}$



<別解> 1辺にn個ずつ碁石が並んでいるが、4倍すると四隅の4個が重複するので、 $n \times 4 - 4 = 4n - 4$ (個)

II

(1) 解答らんにかかれている解答を参考にすること。

- (1) の別解 (図形の相似を用いた解答)
 三角形EBCの面積は $10 \times 6 \div 2 = 30$ (cm²)
 三角形GBCの面積は $30 - 10 = 20$ (cm²)
 EG:GC = 1:2
 = 三角形BEGの面積 : 三角形GBCの面積 = 1:2
 三角形EFGと三角形CBGは相似で、相似比は1:2なので、三角形EFGと三角形CBGの面積比は1:4である。
 したがって、三角形EFGの面積は $20 \times \frac{1}{4} = 5$ (cm²)

- (2) 三角形BEFの面積は15cm²より、線分EFの長さをxcmとすると、 $x \times 6 \div 2 = 15$
 $x = 5$
 したがって、線分EFの長さは5 (cm)

	1回	2回	3回	4回	5回	6回	7回
13の倍数	13	-5	5	10	10	2	2
9の倍数	0	8	3	3	0	8	6
6の倍数	0	0	5	0	3	3	5

(参考) この問題は「油分け算」と言われ、江戸時代に吉田光由(みつよし)の著した「墨却記」(じんこうき)にも問題として記載されている。
 A, B, C 3つの容器があって、
 Aの容量 > Bの容量 > Cの容量とすると、一般的な解き方は次のとおりである。
 ・Bが空なら、Aの水をBに移す。
 ・Bに入水が入っていたら、次のどちらかを行う。
 ①Cが満杯でなければ、Bの水でCを満たす。
 ②Cが満杯ならば、Cの水を全部Aに移した後、①を行う。
 以上の操作をくり返せばよい。

- (1) ①おこに入る数が10のとき、あへけに入る数は、右の通り。
 9個の数の和は $2+3+4+9+10+11+16+17+18=90$ である。

2	3	4
9	10	11
16	17	18

- ② おこに入る数をxとすると、あ、い、う、え、か、き、く、けに入る数は、それぞれx-8, x-7, x-6, x-1, x+1, x+6, x+7, x+8と表すことができる。あへけに入る9個の数の和は $(x-8)+(x-7)+(x-6)+(x-1)+x+(x+1)+(x+6)+(x+7)+(x+8)=9x$ なので、 $9x = 126$ $x = 14$

- ③ おこに入る数をxとすると、う、きに入る数は、それぞれx-6, x+6と表すことができるので、う、お、きに入る数の和は、 $(x-6)+x+(x+6) = 3x$ つまり、おこに入る数を3倍したものである。
 したがって、う、お、きに入る数の和が7の倍数になるのは、おこに入る数が7の倍数になるときである。
 6月のカレンダーで、7の倍数になるのは、7, 14, 21, 28で、取り出した正方形に空白のマスがあつてはいけいないので、あてはまる数は、14, 21である。

(2) 解答らんにかかれている解答を参考にすること。

III

- (1) 図1から、展開図において5の位置と向きが下の図のようになることがわかる。

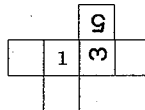


図2から、展開図において4, 6の位置と向きが下の図のようになることがわかる。

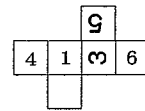
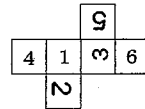
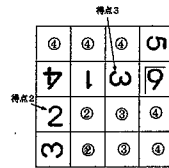


図3から、展開図において2の位置と向きが下の図のようになるのがわかる。

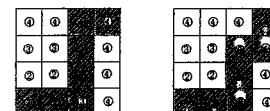
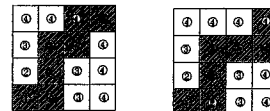


- (2) ① 立方体の経路を真上からみると下の図の通りである。

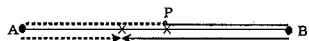


したがって、 $0+2+0+0+3+0+0=5$ (点)

- ② 同一方向に転がしたとき、同じ番号が上面にくるためには5マス以上必要であるため、同じ番号を2回得点とすることはできないので、1から4までが1回ずつ得点となる場合を考える。下図のように通れば、1から4までのすべての数を得点とすることができる。したがって、最も高い合計得点は、 $1+2+3+4=10$ (点)
 立方体が通ったマスは以下のいずれか。

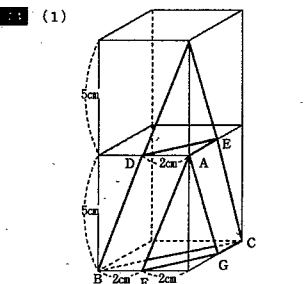


- (1) ふたりが最初にP地点ですれちがった後にもう一度Q地点ですれちがうまでにふたりあわせて1.0km進んでいる。その間かかった時間は50分である。ふたりが出発してから最初にP地点ですれちがうまでにふたりあわせて5km進んだので、かかった時間は $50 \times \frac{5}{10} = 25$ (分)

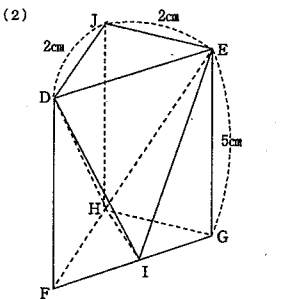


(2) 解答らんにかかれている解答を参考にすること。

- (2) の別解
 太郎さんが、A地点を出発してP地点で花子さんとすれ違うまでに進んだ距離の2倍の距離と太郎さんがP地点で花子さんとすれ違ってから再びQ地点ですれ違うまでに進んだ距離の和は $2 \times 5 + 1 = 11$ (km)
 太郎さんが11km進むのにかかった時間は $25 \times 2 + 50 = 100$ (分)
 100分は $\frac{5}{3}$ 時間なので、太郎さんが進んだ速さは、
 時速 $11 \div \frac{5}{3} = 6.6$ (km)
- 花子さんが、B地点を出発してP地点で太郎さんとすれ違うまでに進んだ距離の2倍の距離と、花子さんがP地点で太郎さんとすれ違ってから再びQ地点ですれ違うまでに進んだ距離の和は $2 \times 5 - 1 = 9$ (km)
 花子さんが9km進むのにかかった時間は $25 \times 2 + 50 = 100$ (分)
 100分は $\frac{5}{3}$ 時間なので、花子さんが進んだ速さは、
 時速 $9 \div \frac{5}{3} = 5.4$ (km)

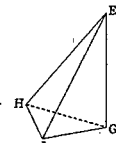


求める体積は、上図のように考えて $\frac{1}{2} \times 4^2 \times 2 \times 5 \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \times 5 \times \frac{1}{3} \times 2$
 $= \frac{80}{3} - \frac{20}{3}$
 $= 20$ (cm³)

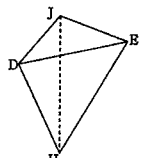


求める体積を図のように考える。
 三角柱DEJFGHの体積は $2 \times \frac{1}{2} \times 5 = 10$ (cm³)
 三角すいDFI Hの体積は $2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{1}{3}$
 $= \frac{5}{3}$ (cm³)

三角すいEGIHの体積も同様に考え $\frac{5}{3}$ (cm³)



三角すいHDEJの体積は $2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{1}{3}$
 $= \frac{10}{3}$ (cm³)



したがって、求める体積は $10 - \left(\frac{5}{3} + \frac{5}{3} + \frac{10}{3}\right)$
 $= 10 - \frac{20}{3}$
 $= \frac{10}{3}$ (cm³)