エントリーナンバー		名　前	

平成21年度未来の科学者発掘事業

算数・数学コンクール中学生用　解答用紙

Ⅰ

1

		ここには、記入しないこと
(1)	1	
(2)	$\frac{13}{12}$	
(3)	16	
(4)	$4x+29$	

2

		ここには、記入しないこと
(1)	$m-5n=8$	
(2)	$a=-\frac{5}{3}$	
(3)	$\frac{1}{4}\leqq y\leqq 1$	

3

18　分後	

Ⅱ

1

(1) 300π cm^2

(2)

①

求め方　㋐、㋑、㋒の面積をそれぞれP，Q，Rとする。

$P=R$であるから　$P+Q=Q+R$

$P+Q=\pi\times30^2\times\frac{1}{2}=450\pi\ (cm^2)$

$Q+R=\pi\times60^2\times\frac{x}{360}=10x\pi\ (cm^2)$

$450\pi=10x\pi$　より

$x=45$

答　45

②

求め方　$\angle DAB=45°$であるから

$P=\pi\times30^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times30\times30$

$=225\pi-450$

$=225(\pi-2)$

$Q=\pi\times30^2\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times30\times30$

$=225\pi+450$

$=225(\pi+2)$

したがって　$P:Q=225(\pi-2):225(\pi+2)$

$=(\pi-2):(\pi+2)$

答　$(\pi-2):(\pi+2)$

2

$65\frac{5}{11}$　分

3

2　cm

Ⅲ

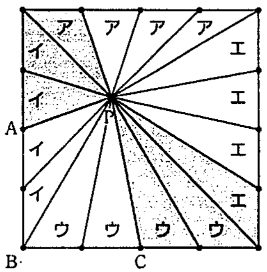
1

(1)	6
(2)	-6024

2

(1)

求め方



この正方形を左のように分けると，同じ記号で示した三角形は，底辺と高さが等しいことから，面積は等しくなる。

この正方形の面積は$64cm^2$で，ア，イ，ウ，エの記号をつけた三角形は4つずつあることから，ア，イ，ウ，エの三角形1つずつの面積の和は，$64\div4=16(cm^2)$となる。かげをつけた部分では，ア，イ，ウ，エの三角形が1つずつと，あと，イとウの三角形が1つずつあることから，イとウの三角形の面積の和は

$25-16=9\ (cm^2)$

となる。

四角形PABCには，イとウの三角形が2つずつあるから，四角形PABCの面積は

$9\times2=18\ (cm^2)$

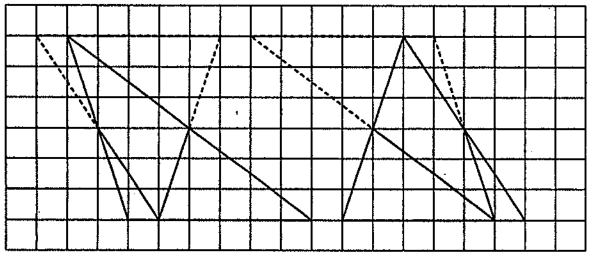
となる。

答　18　cm^2

(解答用紙は裏に続きます。)

2

(2)



3

(1) 6

(2)

求め方

$x[8]=7$であるから，並ぶ7個の数は

x，$x+8$，$x+16$，$x+24$，$x+32$，$x+40$，$x+48$

である。$x+48$が最も小さければ，xの値も最も小さくなる。

$(x+48)+8$が100以下だと，8個の数が並ぶことになるから

$(x+48)+8=101$

であればよい。これを解くと

$x=45$

答　45

(3)

求め方

並んだ数の個数が，9から始める場合が10から始める場合よりも1個多くなるのは，9の場合の最後の数がちょうど100になるときである。すなわち，9からyを順に加えていって100になる場合があるとき，そのyが求めるものである。

したがって，最も大きいyの値は91で，また，yは91の約数であればよい。

$91=1\times91=7\times13$

であるから

91の約数は1，7，13，91である。

したがって，求める自然数は

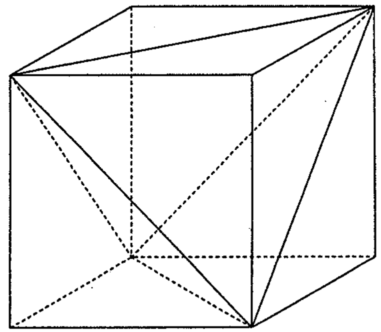
1，7，13，91

である。

答　1，7，13，91

4

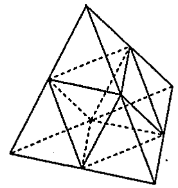
(1)



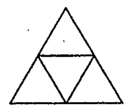
(2)

求め方

下の図のように，正八面体は，正四面体の4つの頂点から小さな正四面体を切り取るとできる。



もとの正四面体の底面積は右の図から，小さな正四面体の底面積の4倍である。



また，高さは2倍となっている。したがって，もとの正四面体の体積は小さな正四面体の体積の8倍となる。正八面体は，もとの正四面体から4つの小さな正四面体を切り取ってできるから，体積の比は

$(8-4):8=4:8=1:2$

答　1：2

算数・数学コンクール　中学校
解答と解説

以下に，おもな解答例を示します。

Ⅰ

1 (1) $-2-(3-6)=-2-(-3)$
$=-2+3$
$=1$

(2) $-\frac{1}{4}+1+\frac{1}{3}=-\frac{3}{12}+\frac{12}{12}-\frac{4}{12}$
$=\frac{13}{12}$

(3) $(10-7)^2-(-5)\times3-8=3^2-(-15)-8$
$=9+15-8$
$=16$

(4) $2(5x+4)-3(2x-7)=10x+8-6x+21$
$=10x-6x+8+21$
$=4x+29$

2 (1) 5人がけの長いすn脚には$5n$人がすわることができる。m人のうち8人すわれなかったということから

$m-5n=8$

この式を変形してできる

$m=5n+8$，$5n=m-8$，$n=\frac{m-8}{5}$

などでもよい。

(2) $ax-6=x+a+1$に$x=-2$を代入すると

$-2a-6=-2+a+1$

これをaについての方程式として解くと

$-2a-a=-2+1+6$
$-3a=5$
$a=-\frac{5}{3}$

(3) $x=2$のとき　$y=1$
$x=8$のとき　$y=\frac{1}{4}$

したがって，yの変域は

$\frac{1}{4}\leqq y\leqq1$

3 2人が出発してからx分後に2回目に出会うとすると，2人がそれまでに進んだ道のりの和は，池のまわりの道2周分に等しい。2人がx分間に進む道のりは，それぞれ$120x$m，$80x$mであるから，次の方程式ができる。

$120x+80x=1800\times2$

これを解くと

$200x=3600$
$x=18$

すなわち，2回目に出会うのは18分後である。

〈別解〉

2人が出発してから2回目に出会うまでに2人が進んだ道のりの和は，池のまわりの道2周分に等しい。1分間に2人が進む道のりは，それぞれ120m，80mであるから，2人合わせて1分間では200m進む。したがって，池のまわりの道2周分の道のりを進むのにかかる時間は

$(1800\times2)\div200=18$　(分間)

すなわち，2回目に出会うのは18分後である。

Ⅱ

1 ㋐，㋑，㋒の面積をそれぞれP，Q，Rとする。

(1) ㋑と㋒を合わせた形は，半径60cm，中心角30°のおうぎ形であるから，その面積は

$\pi\times60^2\times\frac{30}{360}=300\pi$

(2) ① $P=R$であるから

$P+Q=Q+R$

となる。

$P+Q$は半円の面積であるから

$\pi\times30^2\times\frac{1}{2}=450\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

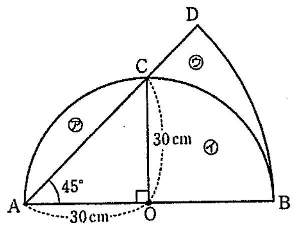
$Q+R$はおうぎ形の面積であるから

$\pi\times60^2\times\frac{x}{360}=10x\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

したがって

$450\pi=10\pi x$
$x=45$

② ∠DAB=45°であるから，下の図のようになる。



このとき，㋐，㋑の面積は

$P=\pi\times30^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times30\times30$
$=225\pi-450$
$=225(\pi-2)$

$Q=\pi\times30^2\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times30\times30$
$=225\pi+450$
$=225(\pi+2)$

したがって

$P:Q=225(\pi-2):225(\pi+2)$
$=(\pi-2):(\pi+2)$

2 ぴったりと重なってから次にぴったり重なるまでにx分かかるとすると，短針は1分間に$\frac{1}{2}$度，長針は1分間に6度ずつ動くから，x分に動く角度の関係から

$\frac{1}{2}x=6x-360$

これを解くと　$x=65\frac{5}{11}$　(分)

〈別解〉

短針が文字盤を1周する12時間で，長針と短針がぴったり重なるのは

12時から1時までの間に1回
1時から2時までの間に1回
2時から3時までの間に1回
……
10時から11時までの間に1回

の合計11回ある。

したがって，ぴったり重なってから次にぴったり重なるまでにかかる時間は

$12\times60\div11=\frac{720}{11}=65\frac{5}{11}$　(分)

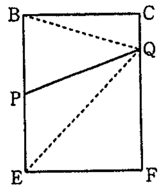
3 立体ABFQCは

底面が台形BPQCで，頂点がAの四角錐

立体DPEFQは

底面が台形PEFQで，頂点がDの四角錐

であり，2つの立体の高さは等しくなっている。2つの立体の体積の比が3：5で高さが等しいことから，2つの四角錐の底面積の比が3：5であることがわかる。さらに，2つの四角錐の底面である台形は高さが等しいから，底面積の比は，右の図のように底面の台形を2つの三角形に分けたときのそれぞれの三角形の底辺の和の比に等しいことがわかる。



3：5=6：10であるから

(BP+CQ)：(PE+QF)=6：10

(BP+CQ)+(PE+QF)=16(cm)であるから

BP+CQ=6，PE+QF=10

BP=PE=4cmであるから

BP+CQ=4+CQ=6　(cm)

したがって　CQ=2　(cm)

Ⅲ

1 (1) $x=-7$のとき，x^2からx^7までの値を求めると

9，−3，1，−7，9，−3

となる。したがって

$9-3+1-7+9-3=6$

(2) x^2からx^5までの値を求めると，次の表のようになる。

x	−1	−2	−3	−4	−5	−6	−7	−8	−9
x^2	1	4	9	6	5	6	9	4	1
x^3	−1	−8	−7	−4	−5	−6	−3	−2	−9
x^4	1	6	1	6	5	6	1	6	1
x^5	−1	−2	−3	−4	−5	−6	−7	−8	−9

この表からわかるように，x^5とxでは，どの数のときも同じ値となっている。したがって，x^6はx^2と同じ値をとり，x^6以降は，この数の並びがくり返される。

それぞれの数の列でx^2からx^5までの値の和を求めると

−1の列　$1-1+1-1=0$

−2の列　$4-8+6-2=0$

−3の列　$9-7+1-3=0$

−4の列　$6-4+6-4=4$

−5の列　$5-5+5-5=0$

−6の列　$6-6+6-6=0$

−7の列　$9-3+1-7=0$

−8の列　$4-2+6-8=0$

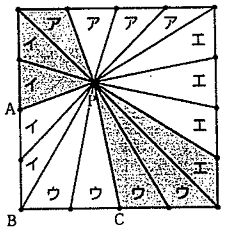
−9の列　$1-9+1-9=-16$

したがって，x^2からx^5までのすべてのらんの数の和は　$4-16=-12$　である。

x^2からx^{2009}までにはこのくり返しが502回あるから，すべての数の和は

$(-12)\times502=-6024$

2 (1) この正方形を下のように分けると，同じ記号で示した三角形は，底辺と高さが等しいことから，面積は等しくなる。



この正方形の面積は64cm²で，ア，イ，ウ，エの記号をつけた三角形は4つずつあることから，ア，イ，ウ，エの三角形1つずつの面積の和は，　$64\div4=16(\text{cm}^2)$となる。かげをつけた部分では，ア，イ，ウ，エの三角形が1つずつと，あと，イとウの三角形が1つずつあることから，イとウの三角形の面積の和は

$25-16=9$　(cm²)

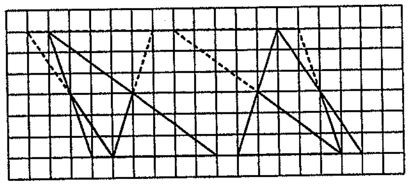
となる。

四角形PABCには，イとウの三角形が2つずつあるから，四角形PABCの面積は

$9\times2=18$　(cm²)

となる。

(2) 下の図のように，3つの部分に切り分ければよい。



3 (1) 65[6]は，65から始めて順に6を加えてできる数のうち，100以下の数

65，71，77，83，89，95

の個数であるから

65[6]=6

〈別解〉

$(100-65)\div6=5.833\cdots$

であるから，65から始めて順に6を加えてできる数のうち，100以下の数の個数は

$5+1=6$　(個)

すなわち　65[6]=6

(2) $x[8]=7$であるから，並ぶ7個の数は

x，$x+8$，$x+16$，$x+24$，$x+32$，$x+40$，$x+48$

である。$x+48$が最も小さければ，xの値も最も小さくなる。$(x+48)+8$が100以下だと，8個の数が並ぶことになるから

$(x+48)+8=101$

であればよい。これを解くと

$x=45$

(3) 9から始めて順にyを加えた数の列を

a，b，c，d，……，n

とすると，10から始めて順にyを加えた数は

$a+1$，$b+1$，$c+1$，$d+1$，……，$n+1$

となる。この数の個数が，9から始める場合が10から始める場合よりも1個多くなるのは，9の場合の最後の数nがちょうど100になるときである。すなわち，9からyを順に加えていって100になる場合があるとき，そのyが求めるものである。

したがって，最も大きいyの値は91で，また，yが91の約数であるとき，9からその数を順に加えていって100をつくることができる。

$91=1\times91=7\times13$

であるから

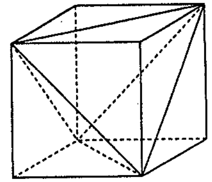
91の約数は1，7，13，91である。

したがって，求める自然数は

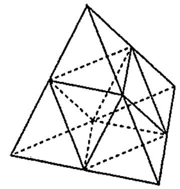
1，7，13，91

である。

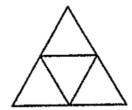
4 (1)



(2) 下の図のように，正八面体は，正四面体の4つの頂点から小さな正四面体を切り取るとできる。



もとの正四面体の底面積は右の図から，小さな正四面体の底面積の4倍である。



また，高さは2倍となっている。したがって，もとの正四面体の体積は小さな正四面体の体積の8倍となる。正八面体は，もとの正四面体から4つの小さな正四面体を切り取ってできるから，体積の比は

$(8-4):8=4:8=1:2$

となる。